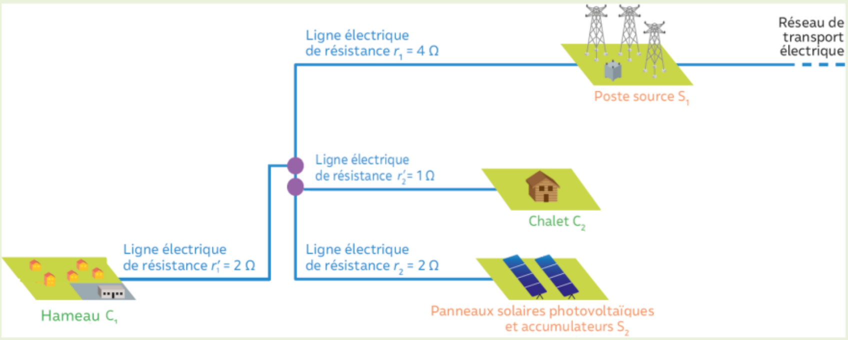
→ p. 177 du manuel

Chapitre 7 EXERCICE 18 p. 177

Réseau électrique avec des panneaux photovoltaïques

Aides mathématiques

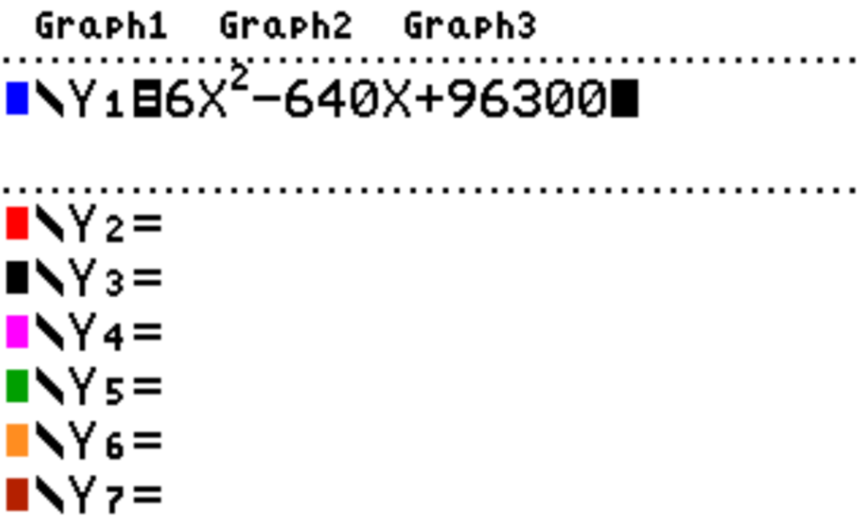
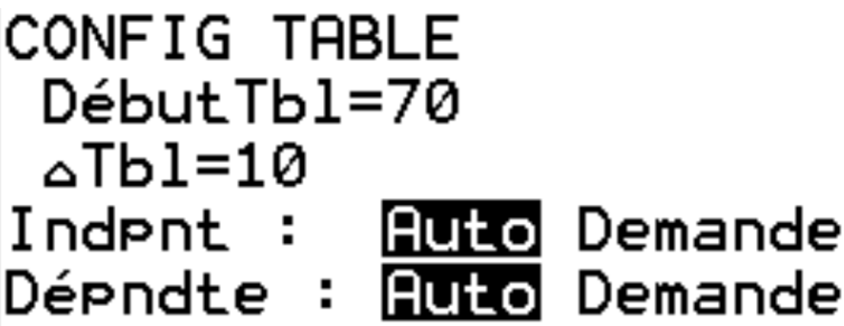
Utilisation de la calculatrice,
et/ou utilisation d'une application ou d'un logiciel dédié à la géométrie et à l'algèbre



L'objectif est de minimiser la fonction f définie par $f(x) = 6x^2 - 640x + 96\,300$ sur l'intervalle [70 ; 160].

Utilisation de la calculatrice

Comment déterminer le minimum de la fonction *f* sur l'intervalle [70 ; 160] à la calculatrice ?

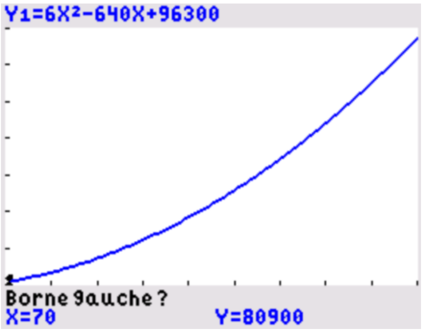
AIDES POUR LES ELEVES N'AYANT PAS SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE DE MATHEMATIQUES EN PREMIERE

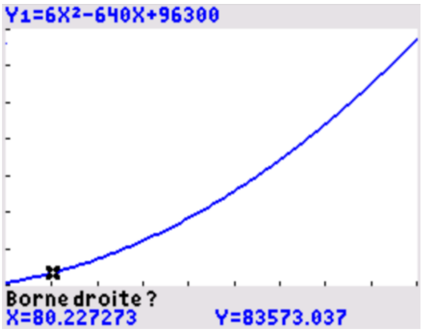
→ p. 177 du manuel

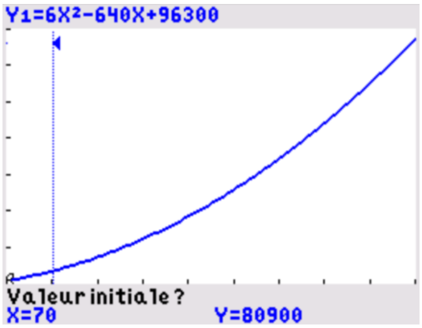
X	Y1
70	80900
80	83500
90	87300
100	92300
110	98500
120	105900
130	114500
140	124300
150	135300
160	147500

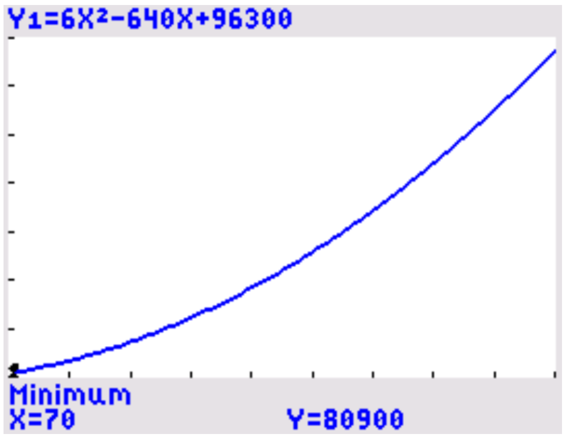
FENÊTRE
Xmin=70
Xmax=160
Xgrad=10
Ymin=80000
Ymax=150000
Ygrad=10000

CALCULER
1:image
2:racine
3:minimum
4:maximum
5:intersection
6:dy/dx
7:∫f(x)dx









 → p. 177 du manuel

Comment vérifier par le calcul que le minimum de la fonction *f* sur l'intervalle [70 ; 160] est un minimum local car le minimum de la fonction *f* est atteint en $x = \frac{160}{3} < 70$?

1) Calculer $f\left(\frac{160}{3}\right)$.

$f\left(\frac{160}{3}\right) = 6 \times \left(\frac{160}{3}\right)^2 - 640 \times \frac{160}{3} + 96\,300 = \frac{6 \times 25\,600}{9} - \frac{640 \times 160}{3} + 96\,300$

$f\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{153\,600}{9} - \frac{102\,400}{3} + 96\,300 = \frac{153\,600}{9} - \frac{3 \times 102\,400}{3 \times 3} + \frac{9 \times 96\,300}{9}$

$f\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{153\,600}{9} - \frac{307\,200}{9} + \frac{866\,700}{9} = \frac{153\,600 - 307\,200 + 866\,700}{9}$

$f\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{713\,100}{9} = \frac{237\,700}{3}$.

2) Montrer que $\frac{237\,700}{3}$ est la plus petite valeur de la fonction *f*, c'est-à-dire montrer que $f(x) \geq \frac{237\,700}{3}$ ou encore $f(x) - \frac{237\,700}{3} \geq 0$.

$f(x) - \frac{237\,700}{3} = 6x^2 - 640x + 96\,300 - \frac{237\,700}{3} = 6x^2 - 640x + \frac{3 \times 96\,300}{3} - \frac{237\,700}{3}$

$= 6x^2 - 640x + \frac{288\,900}{3} - \frac{237\,700}{3} = 6x^2 - 640x + \frac{288\,900 - 237\,700}{3}$

$= 6x^2 - 640x + \frac{51\,200}{3} = 6\left(x^2 - \frac{640}{6}x + \frac{51\,200}{6 \times 3}\right)$

$= 6\left(x^2 - \frac{320}{3}x + \frac{25\,600}{3 \times 3}\right) = 6\left(x^2 - \frac{320}{3}x + \frac{25\,600}{9}\right)$

$= 6\left[x^2 - \frac{320}{3}x + \left(\frac{160}{3}\right)^2\right]$.

On reconnaît une identité remarquable : $x^2 - \frac{320}{3}x + \left(\frac{160}{3}\right)^2 = \left(x - \frac{160}{3}\right)^2$.

Ainsi : $f(x) - \frac{237\,700}{3} = 6\left(x - \frac{160}{3}\right)^2$.

On sait que $\left(x - \frac{160}{3}\right)^2 \geq 0$ car un carré est toujours positif.

Ainsi : $6\left(x - \frac{160}{3}\right)^2 \geq 0$

$f(x) - \frac{237\,700}{3} \geq 0$

$f(x) \geq \frac{237\,700}{3}$.

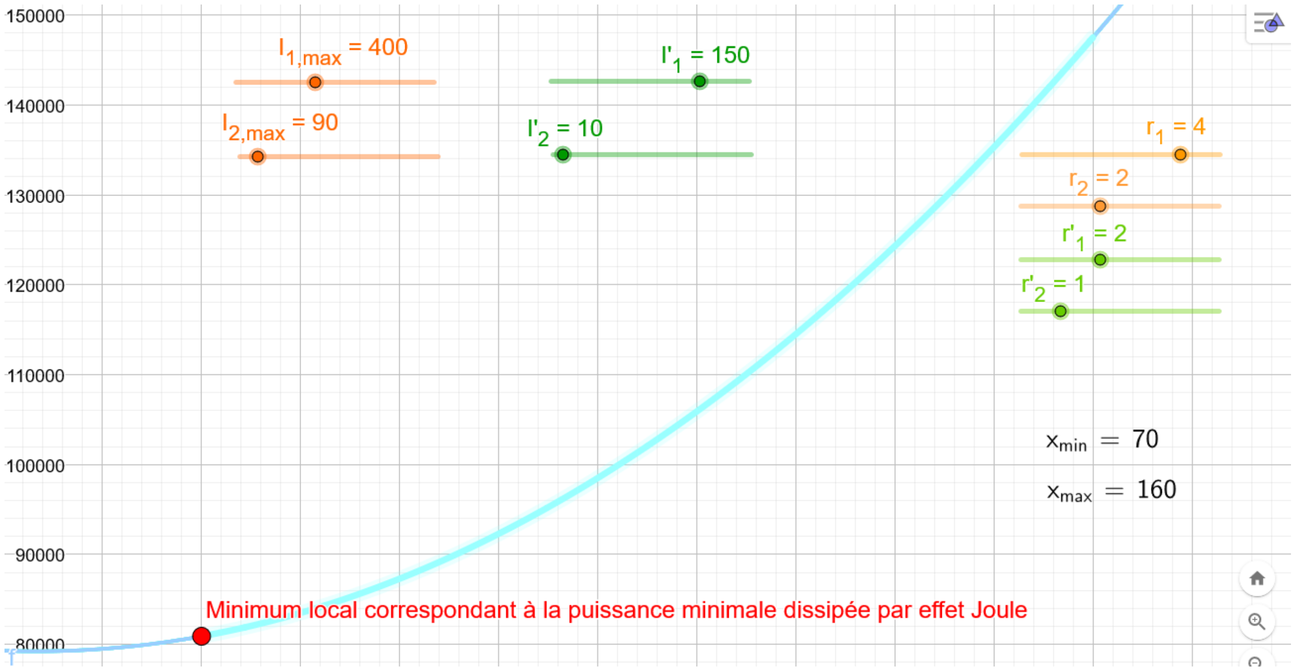
Conclusion : pour tout x, $f(x) \geq f\left(\frac{160}{3}\right)$ avec $f\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{237\,700}{3}$.

La fonction *f* admet donc pour minimum $\frac{237\,700}{3}$, qui est atteint en $x = \frac{160}{3}$.

Or $\frac{160}{3} \approx 53 < 70$ (et $\frac{237\,700}{3} \approx 79\,233$). Le minimum $f(70) = 80\,900$ dans l'intervalle [70 ; 160] est donc le minimum local de la fonction *f* dans cet intervalle.

 → p. 177 du manuel

Utilisation d'une application ou d'un logiciel dédié à la géométrie et à l'algèbre



1) Vérifier que la fonction f représentée est bien définie par $f(x) = 6x^2 - 640x + 96\,300$.

$$f(x) = r_1\,x^2 + r_2\,(l'_1 + l'_2 - x)^2 + r'_1\,l'^2_1 + r'_2\,l'^2_2$$

$$\rightarrow\; 4\,x^2 + 2\,(150 + 10 - x)^2 + 2 \cdot 150^2 + 1 \cdot 10^2$$

En développant, on retrouve bien : $f(x) = 6x^2 - 640x + 96\,300$.

2) Vérifier que le point rouge correspond bien au minimum de la fonction f sur l'intervalle [70 ; 160].

$$\mathrm{Pmin} = \mathrm{Min}(f, x_{min}, x_{max})$$

avec :

$$x_{min} = \mathrm{Max}(0, l'_1 + l'_2 - l_{2,max}) \quad \text{et} \quad x_{max} = \mathrm{Min}(l_{1,max}, l'_1 + l'_2)$$

(comme $I'_1 + I'_2 - I_{2,max} > 0$, $x_{min} = I'_1 + I'_2 - I_{2,max} = 70$ et comme $I'_1 + I'_2 < I_{1,max}$, $x_{max} = I'_1 + I'_2 = 160$).

3) Vérifier que, dans l'intervalle [70 ; 160], la fonction f admet pour minimum local 80 900, qui est atteint en $x = 70$.

$$\mathrm{Pmin} = \mathrm{Min}(f, x_{min}, x_{max}) \;\rightarrow\; (70,\ 80900)$$