

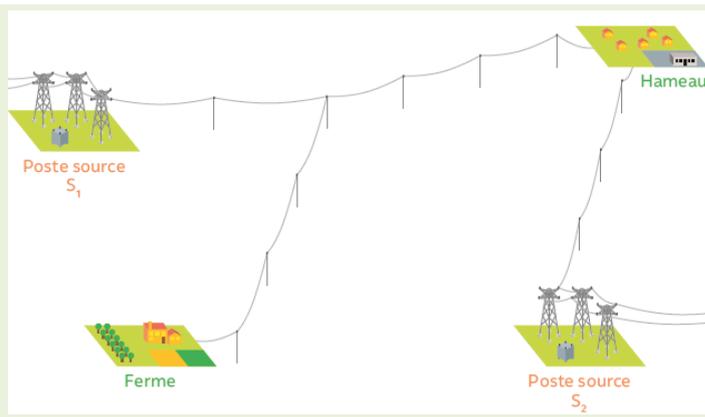
Chapitre 7

EXERCICE 17 p. 176

Réseau de distribution électrique d'un hameau et d'une ferme

Aides mathématiques

Exploitation d'une conjecture
et/ou utilisation d'une application ou d'un logiciel
dédié à la géométrie et à l'algèbre



L'objectif est de minimiser la fonction f définie par $f(x) = 3x^2 - 600x + 50400$ sur l'intervalle $[0 ; 180]$.

Exploitation d'une conjecture

Comment conjecturer le minimum de la fonction f à la calculatrice ?

	<p>Graph1 Graph2 Graph3</p> <p>.....</p> <p>■ $Y_1 = 3X^2 - 600X + 50400$ ■</p> <p>.....</p> <p>■ $Y_2 =$</p> <p>■ $Y_3 =$</p> <p>■ $Y_4 =$</p> <p>■ $Y_5 =$</p> <p>■ $Y_6 =$</p> <p>■ $Y_7 =$</p>
	<p>CONFIG TABLE</p> <p>Début Tb1=0</p> <p>ΔTb1=20 ■</p> <p>Indpnt : Auto Demande</p> <p>Dépendte : Auto Demande</p>

	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>50400</td></tr> <tr><td>20</td><td>39600</td></tr> <tr><td>40</td><td>31200</td></tr> <tr><td>60</td><td>25200</td></tr> <tr><td>80</td><td>21600</td></tr> <tr><td>100</td><td>20400</td></tr> <tr><td>120</td><td>21600</td></tr> <tr><td>140</td><td>25200</td></tr> <tr><td>160</td><td>31200</td></tr> <tr><td>180</td><td>39600</td></tr> </tbody> </table>	X	Y1	0	50400	20	39600	40	31200	60	25200	80	21600	100	20400	120	21600	140	25200	160	31200	180	39600		<p>FENÊTRE</p> <p>Xmin=0 Xmax=180 Xggrad=20 Ymin=20000 Ymax=50000 Yggrad=5000</p>
X	Y1																								
0	50400																								
20	39600																								
40	31200																								
60	25200																								
80	21600																								
100	20400																								
120	21600																								
140	25200																								
160	31200																								
180	39600																								
	<p>CALCULER</p> <p>1: image 2: racine 3: minimum 4: maximum 5: intersection 6: dy/dx 7: ∫ f(x) dx</p>	<p>Borne gauche ? X=90 Y=20700</p>	<p>Borne droite ? X=110.45455 Y=20727.893</p>																						
<p>Minimum X=100 Y=20400</p>		<p>Valeur initiale ? X=90 Y=20700</p>																							

Comment vérifier la conjecture par le calcul ?

1) Calculer $f(100)$.

$$f(100) = 3 \times 100^2 - 600 \times 100 + 50\,400 = 20\,400.$$

2) Montrer que 20 400 est la plus petite valeur de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 180]$, c'est-à-dire montrer que, pour tout x de l'intervalle $[0 ; 180]$, $f(x) \geq 20\,400$ ou encore $f(x) - 20\,400 \geq 0$.

$$\begin{aligned} f(x) - 20\,400 &= 3x^2 - 600x + 50\,400 - 20\,400 \\ &= 3x^2 - 600x + 30\,000 \\ &= 3(x^2 - 200x + 10\,000) \\ &= 3(x^2 - 200x + 100^2). \end{aligned}$$

Dans la parenthèse, on reconnaît une identité remarquable : $x^2 - 200x + 100^2 = (x - 100)^2$.

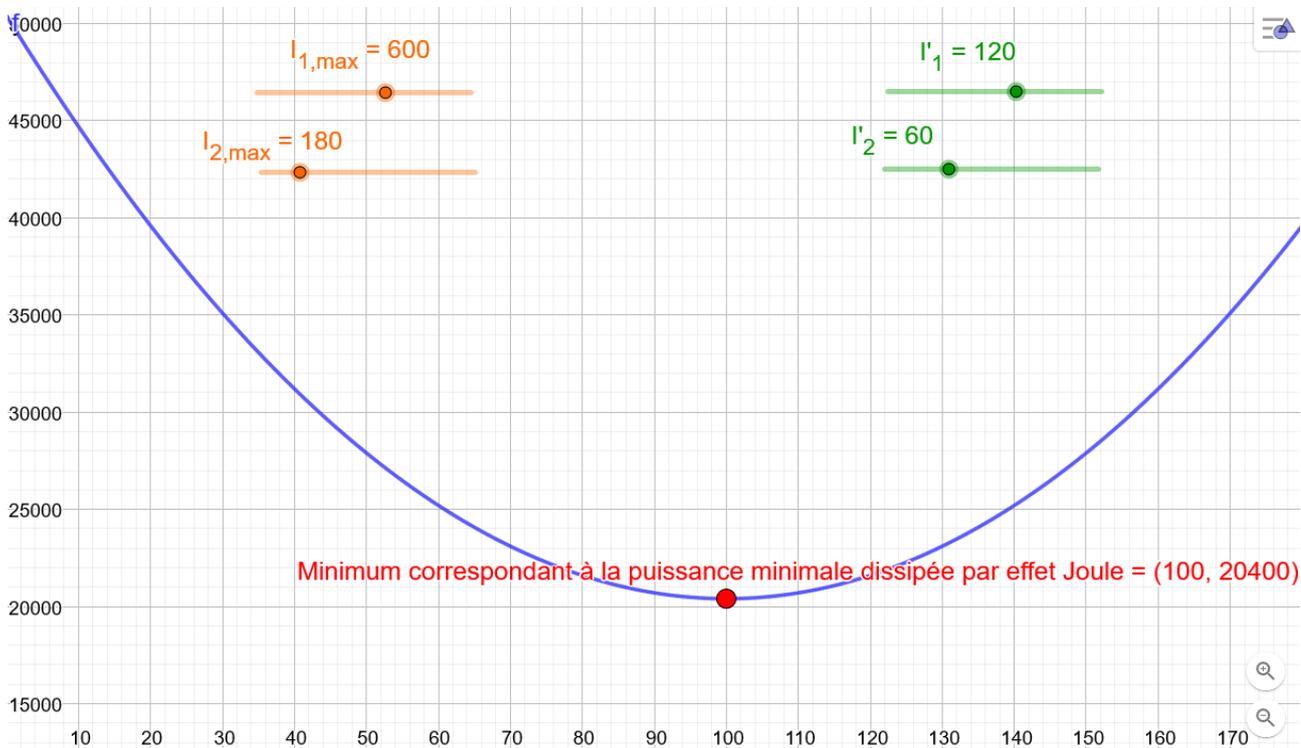
Ainsi : $f(x) - 20\,400 = 3(x - 100)^2$.

Pour tout x de l'intervalle $[0 ; 180]$, on sait que $(x - 100)^2 \geq 0$ car un carré est toujours positif.

$$\begin{aligned} \text{Ainsi, pour tout } x \text{ de l'intervalle } [0 ; 180] : \quad &3(x - 100)^2 \geq 0 \\ &f(x) - 20\,400 \geq 0 \\ &f(x) \geq 20\,400. \end{aligned}$$

Conclusion : pour tout x de l'intervalle $[0 ; 180]$, $f(x) \geq f(100)$ avec $f(100) = 20\,400$.
La fonction f admet donc pour minimum 20 400, qui est atteint en $x = 100$.

Utilisation d'une application ou d'un logiciel dédié à la géométrie et à l'algèbre



1) Vérifier que la fonction f représentée est bien définie par $f(x) = 3x^2 - 600x + 50400$.

$f(x) = 3x^2 - 600x + 50400$

2) Vérifier que le point rouge correspond bien au minimum de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 180]$.

$P_{\min} = \text{Min}(f, x_{\min}, x_{\max})$

avec :

$x_{\min} = 0$ et $x_{\max} = I_{2,\max}$

$(x_{\max} = I_{2,\max} = 180)$.

3) Vérifier que la fonction f admet pour minimum 20 400, qui est atteint en $x = 100$.

Minimum correspondant à la puissance minimale dissipée par effet Joule = (100, 20400)