→ p. 176 du manuel

Chapitre 7

EXERCICE 17 **p. 176**

Réseau de distribution électrique d'un hameau et d'une ferme

Aides mathématiques

Utilisation d'une dérivée,
d'une application ou d'un logiciel dédié à la géométrie et à l'algèbre et/ou d'une forme canonique

L'objectif est de minimiser la fonction f définie par $f(x) = 3x^2 - 600x + 50\,400$ sur l'intervalle [0 ; 180].

Utilisation de la dérivée de la fonction *f*

1) Déterminer la dérivée de la fonction *f*.

La fonction f étant une fonction polynôme de degré 2, f est dérivable sur l'intervalle [0 ; 180].
Ainsi, pour tout x de l'intervalle [0 ; 180], $f'(x) = 3 \times 2x - 600$
$f'(x) = 6x - 600$.

2) Rechercher la valeur de x pour laquelle $f'(x) = 0$.

Comme, pour tout x de l'intervalle [0 ; 180], $f'(x) = 6x - 600$, $f'(x) = 0$ pour $x = \frac{600}{6}$, soit $x = 100$.

3) Dresser le tableau de variation de la fonction *f* et conclure.

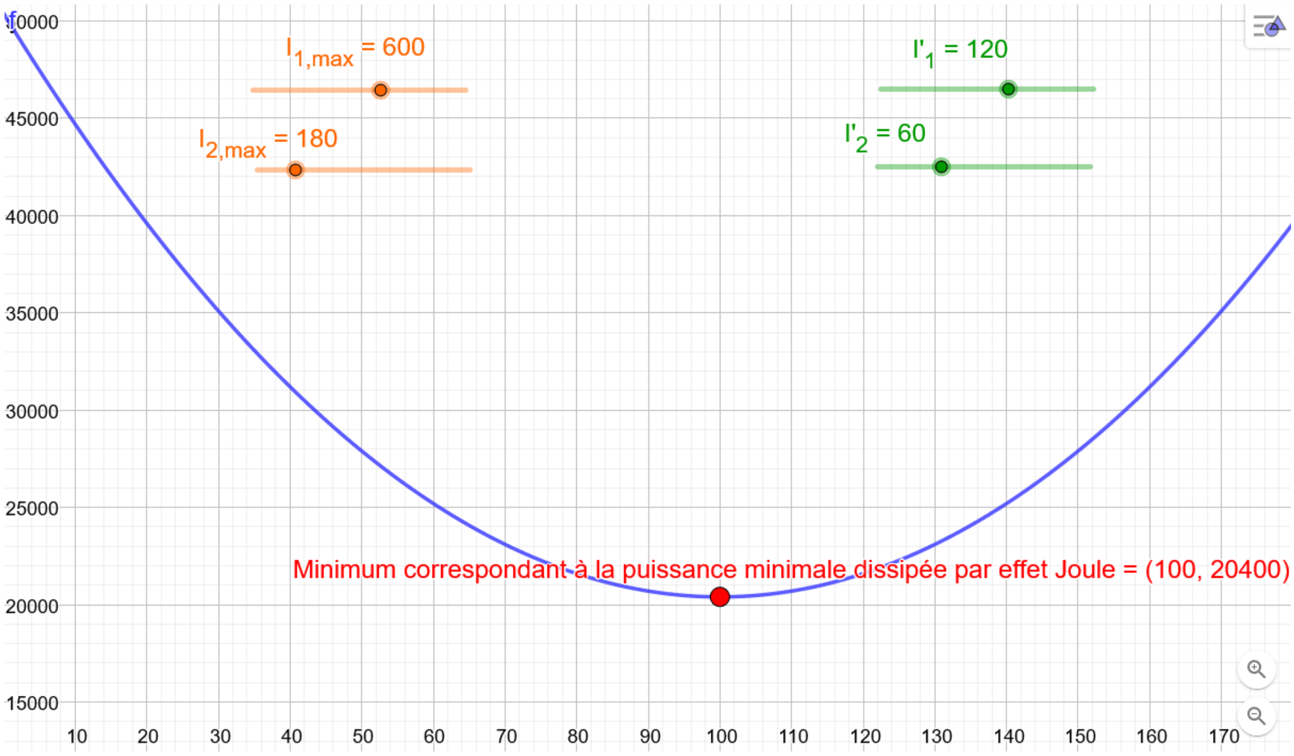
$6x - 600 < 0 \Leftrightarrow 6x < 600 \Leftrightarrow x < \frac{600}{6}$, soit $f'(x) < 0$ pour $0 \leq x < 100$ (car $\frac{600}{6} = 100$).
$6x - 600 > 0 \Leftrightarrow 6x > 600 \Leftrightarrow x > \frac{600}{6}$, soit $f'(x) > 0$ pour $100 < x \leq 180$.

Le tableau de variation de la fonction f est donc le suivant, ce qui permet de justifier que la fonction f admet 20 400 pour minimum, atteint en $x = 100$.

x	0		100		180
$f'(x)$		–	0	+	
$f(x)$	50 400	↘	20 400	↗	39 600

→ p. 176 du manuel

Utilisation d'une application ou d'un logiciel dédié à la géométrie et à l'algèbre



1) Vérifier que la fonction *f* représentée est bien définie par $f(x) = 3x^2 - 600x + 50\,400$.

$f(x) = 3x^2 - 600x + 50400$

2) Vérifier que le point rouge correspond bien au minimum de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 180].

$\text{Pmin} = \text{Min}(f, x_{min}, x_{max})$

avec :

$x_{min} = 0$ et $x_{max} = I_{2,max}$

($x_{max} = I_{2,max} = 180$).

3) Vérifier que la fonction *f* admet pour minimum 20 400, qui est atteint en $x = 100$.

Minimum correspondant à la puissance minimale dissipée par effet Joule = (100, 20400)

4) Modifier éventuellement les valeurs des grandeurs $I_{1,max}$, $I_{2,max}$, I'_1 et I'_2 avec les curseurs. Observer l'évolution de la représentation de la fonction *f*.

→ p. 176 du manuel

Utilisation de la forme canonique de la fonction *f*

1) Déterminer la forme canonique de la fonction *f* définie par $f(x) = 3x^2 - 600x + 50\,400$.

La fonction *f* étant une fonction du second degré, sa courbe représentative dans un repère est une parabole (et c'est une partie de parabole dans l'intervalle [0 ; 180]).

La forme canonique est une écriture de l'expression de la fonction *f* qui va permettre de déterminer les coordonnées du sommet de cette parabole et d'en déduire le minimum de *f*.

Ainsi, pour tout x de l'intervalle [0 ; 180],

$$f(x) = 3(x^2 - 200x) + 50\,400$$
$$f(x) = 3[(x-100)^2 - 10\,000] + 50\,400$$
$$f(x) = 3(x-100)^2 - 30\,000 + 50\,400$$
$$f(x) = 3(x-100)^2 + 20\,400.$$

Remarque : cette expression de *f* peut être vérifiée par le calcul formel, par exemple avec la fonction FormeCanonique() de Geogebra.

2) En déduire le minimum de la fonction *f*.

La forme canonique de *f* indique que le sommet de la parabole qui représente la fonction *f* a pour coordonnées (100 ; 20 400).
De plus, comme "3", le coefficient de $(x - 100)^2$, est positif, on sait que la fonction *f* admet en $x = 100$ un minimum.