→ p. 167 du manuel

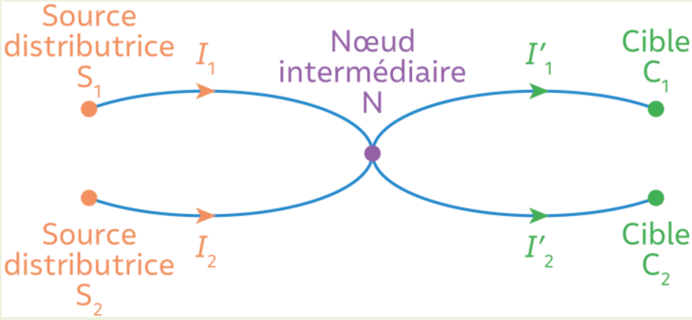
Chapitre 7

UNITE 2 **p. 167** **PARCOURS 1 – Question 4**

Minimisation des pertes par effet Joule

Aides mathématiques

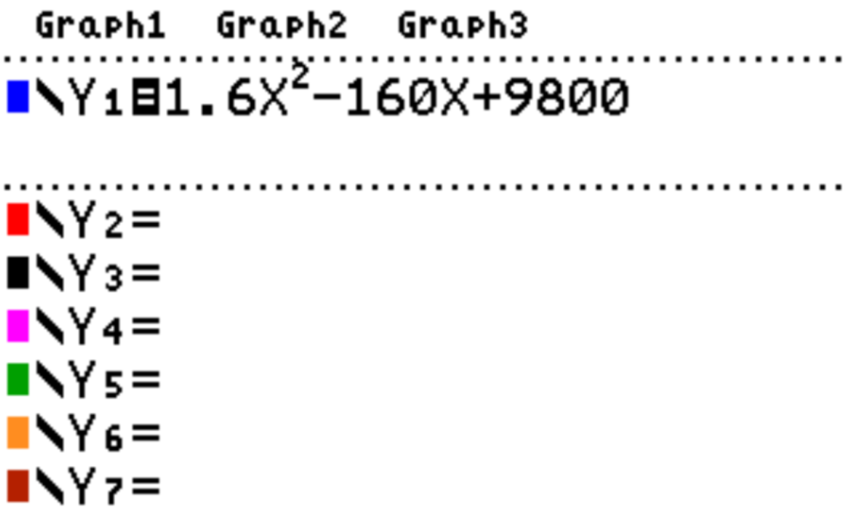
Exploitation d'une conjecture
et/ou utilisation d'une application ou d'un logiciel dédié à la géométrie et à l'algèbre

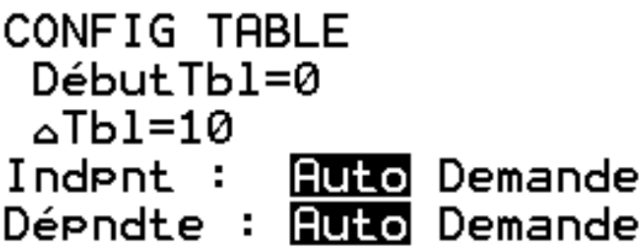


L'objectif est de minimiser la fonction f définie par $f(x) = 1{,}6\,x^2 - 160\,x + 9\,800$ sur l'intervalle [0 ; 80].

Exploitation d'une conjecture

Comment conjecturer le minimum de la fonction *f* à la calculatrice ?





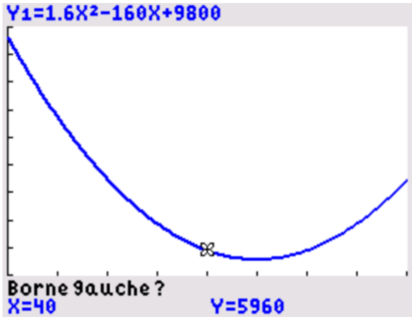
PARCOURS 1 – QUESTION 4 : AIDES POUR LES ELEVES N'AYANT PAS SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE DE MATHEMATIQUES EN PREMIERE

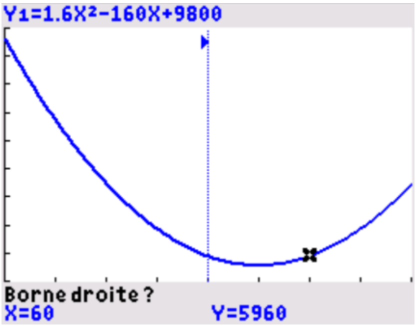
→ p. 167 du manuel

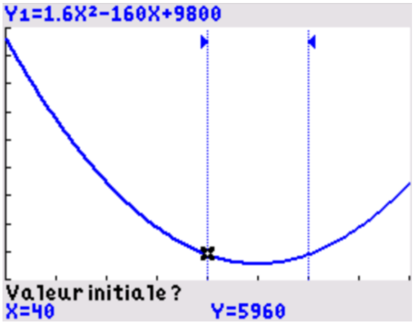
X	Y1
0	9800
10	8360
20	7240
30	6440
40	5960
50	5800
60	5960
70	6440
80	7240

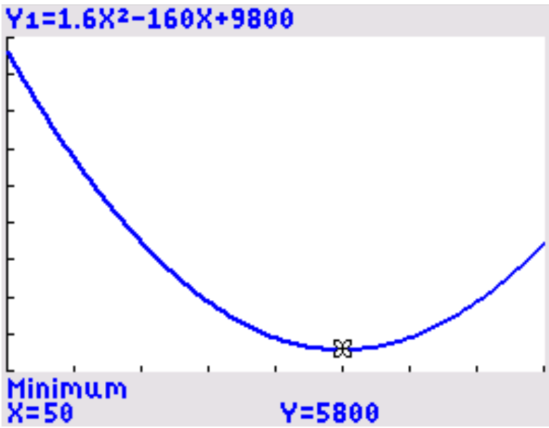
FENÊTRE
Xmin=0
Xmax=80
Xgrad=10
Ymin=5500
Ymax=10000
Ygrad=500

CALCULER
1:image
2:racine
3:minimum
4:maximum
5:intersection
6:dy/dx
7:∫f(x)dx









→ p. 167 du manuel

Comment vérifier la conjecture par le calcul ?

1) Calculer $f\,(50)$.

$f\,(50) = 1{,}6 \times 50^2 - 160 \times 50 + 9\,800 = 5\,800$.

2) Montrer que 5 800 est la plus petite valeur de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 80], c'est-à-dire montrer que, pour tout x de l'intervalle [0 ; 80], $f\,(x) \geq 5\,800$ ou encore $f\,(x) - 5\,800 \geq 0$.

$$\begin{aligned} f\,(x) - 5\,800 &= 1{,}6\,x^2 - 160\,x + 9\,800 - 5\,800 \\ &= 1{,}6\,x^2 - 160\,x + 4\,000 \\ &= 1{,}6\,(x^2 - 100\,x + 2\,500) \\ &= 1{,}6\,(x^2 - 100\,x + 50^2). \end{aligned}$$

Dans la parenthèse, on reconnaît une identité remarquable : $x^2 - 100\,x + 50^2 = (x - 50)^2$.

Ainsi : $f\,(x) - 5\,800 = 1{,}6\,(x - 50)^2$.

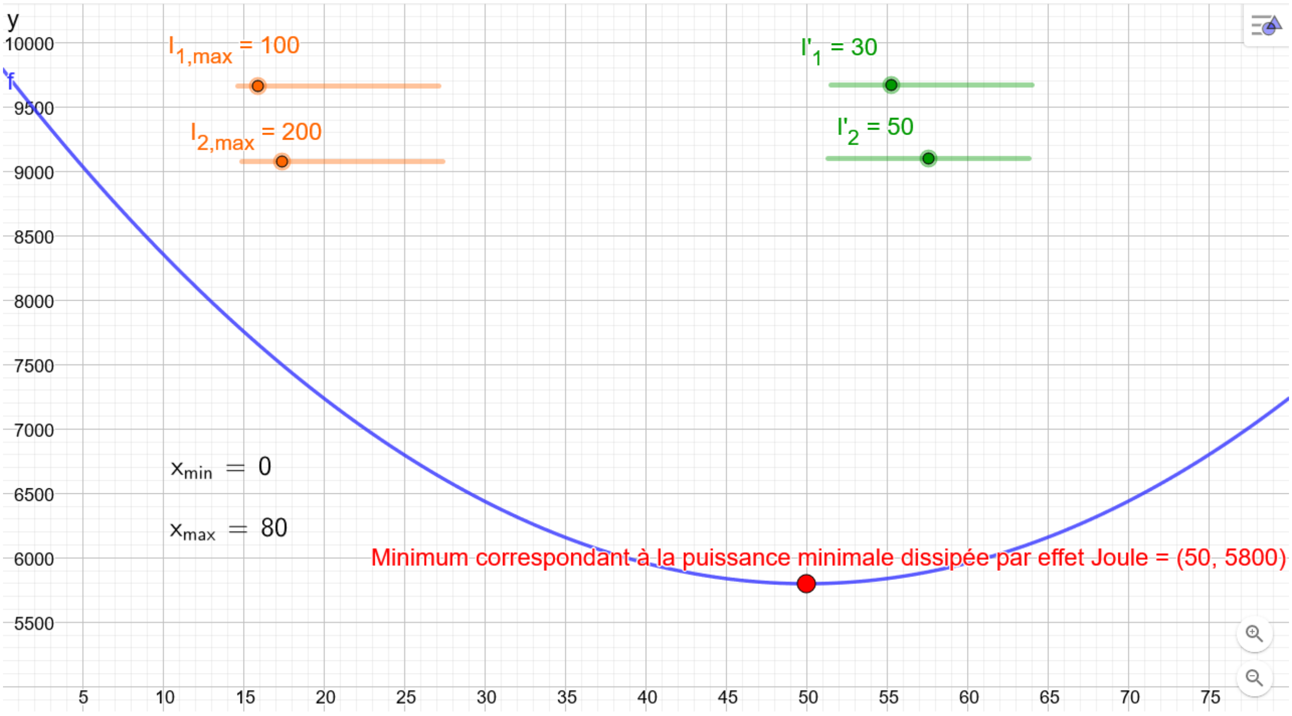
Pour tout x de l'intervalle [0 ; 80], on sait que $(x - 50)^2 \geq 0$ car un carré est toujours positif.
Ainsi, pour tout x de l'intervalle [0 ; 80] :

$$\begin{aligned} &1{,}6\,(x - 50)^2 \geq 0 \\ &f\,(x) - 5\,800 \geq 0 \\ &f\,(x) \geq 5\,800. \end{aligned}$$

Conclusion : pour tout x de l'intervalle [0 ; 80], $f\,(x) \geq f\,(50)$ avec $f\,(50) = 5\,800$.
La fonction f admet donc pour minimum 5 800, qui est atteint en $x = 50$.

→ p. 167 du manuel

Utilisation d'une application ou d'un logiciel dédié à la géométrie et à l'algèbre



1) Vérifier que la fonction *f* représentée est bien définie par $f(x) = 1{,}6\,x^2 - 160\,x + 9\,800$.

$$f(x) = 1.6\,x^2 - 160\,x + 9800$$

2) Vérifier que le point rouge correspond bien au minimum de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 80].

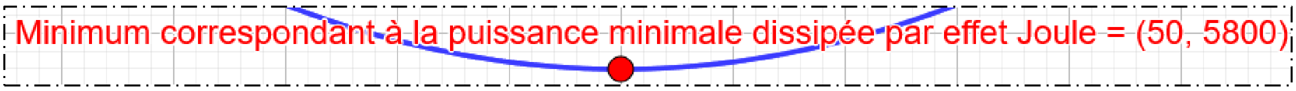
$$\mathrm{Pmin} = \mathrm{Min}(f, x_{min}, x_{max})$$

avec :

$x_{min} = \mathrm{Max}(0, I'_1 + I'_2 - I_{2,max})$ et $x_{max} = \mathrm{Min}(I_{1,max}, I'_1 + I'_2)$

(comme $I'_1 + I'_2 - I_{2,max} < 0$, $x_{min} = 0$ et comme $I'_1 + I'_2 < I_{1,max}$, $x_{max} = I'_1 + I'_2 = 80$).

3) Vérifier que la fonction *f* admet pour minimum 5 800, qui est atteint en $x = 50$.



4) Modifier les valeurs des grandeurs $I_{1,max}$, $I_{2,max}$, I'_1 et I'_2 avec les curseurs.
Observer l'évolution de la représentation de la fonction *f*, ainsi que les valeurs de x_{min}, de x_{max} et du minimum de la fonction *f*.