

## Chapitre 12

### La musique ou l'art de faire entendre les nombres

#### Document a page 260

#### Pythagore et les rapports de fréquence entre les sons

Selon Jamblique (env. 250-330), qui a écrit *La Vie de Pythagore*, ce dernier passa un jour devant l'atelier d'un forgeron et écouta les marteaux battre le fer. Certaines combinaisons de sons étaient harmonieuses, d'autres moins. Il étudia les marteaux et s'aperçut que deux sons étaient harmonieux lorsque les masses des deux marteaux correspondants étaient dans un rapport simple de nombres entiers. Que cette histoire soit vraie ou simplement une légende, il apparaît acquis que Pythagore (env. 580-495 av. J.-C.) a le premier mis en évidence le fait que l'oreille humaine est sensible aux rapports simples de fréquences existant entre les sons.

L'expérience de Pythagore peut également être réalisée avec d'autres supports. Si l'on considère une corde de guitare, on peut réaliser l'expérience de Pythagore en faisant vibrer la totalité de la corde, puis en la pinçant à différents endroits. Si la longueur délimitée par ce pincement est en rapport simple ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $2/3$ ...) avec la longueur totale de la corde, le nouveau son produit (qui est plus haut) sera en harmonie avec le premier.

Les rapports simples de fréquences fondamentales ont reçu des noms particuliers. L'intervalle qui correspond à un rapport de fréquences fondamentales égal à 2 s'appelle une octave. Les intervalles correspondant aux rapports  $3/2$ ,  $4/3$ ,  $5/4$  s'appellent respectivement quinte, quarte et tierce.

D'après François Brunault, « Musique et Mathématiques », *CASA info*, no 77,

décembre 2002.

## **Document a page 262**

### **Méthode de construction des gammes de Pythagore**

Pour définir une échelle musicale, les pythagoriciens ont utilisé un monocorde. À tension égale, plus la longueur de la corde est petite plus le son est aigu. Les pythagoriciens ont constaté que, lorsqu'un chevalet est placé au milieu de la corde, les deux moitiés donnent le même son (évidemment !) : elles sont à l'unisson. De plus, chacune donne un son qui « ressemble » beaucoup au son obtenu avec la corde entière (mais plus aigu). L'intervalle avec le son initial est l'octave. Il correspond donc au rapport de longueur  $1/2$  (rapport de fréquence de  $2/1$ ).

En plaçant le chevalet aux deux tiers de la corde, on obtient deux sons à l'octave l'un de l'autre (la longueur du plus grand des morceaux de corde est le double de celle du plus petit). Il se trouve que le son produit par le plus grand des morceaux de corde « sonne bien » avec le son que donne la corde prise toute entière. L'intervalle obtenu entre les deux sons constitue la quinte qui correspond donc au rapport de longueur de  $2/3$  (rapport de fréquence de  $3/2$ ).

Ces simples remarques ont suffi aux pythagoriciens pour créer leur échelle musicale. Celle-ci fait intervenir les nombres 1, 2 et 3. L'idée des pythagoriciens a été de réitérer la division initiale de la corde en considérant la quinte de la quinte, puis la quinte de la quinte de la quinte, etc.

D'après Bernard Parzysz, « L'harmonie des pythagoriciens » revue *Tangente Maths et musique*, hors série n° 11, 2010.

## Document f page 267

### Signification symbolique des tonalités

La « tonalité » de Do majeur est la gamme « au tempérament égal » de première note Do, celle de Ré majeur a pour première note Ré, et ainsi de suite. Certains compositeurs ont théorisé que les tonalités avaient des caractères différents, proposant des recommandations pour leur choix. Le tableau ci-dessous fournit ces caractères pour quatre tonalités selon Marc-Antoine Charpentier (1636-1704) dans ses *Règles de composition* (1690) et Jean-Philippe Rameau (1683-1764) dans son *Traité de l'harmonie* (1722).

	<b>Charpentier</b>	<b>Rameau</b>
Do majeur	Gai et guerrier	Chant d'allégresse et de reconnaissance
Ré majeur	Joyeux et très guerrier	Chant d'allégresse et de reconnaissance
Fa majeur	Furieux et emporté	Convient aux tempêtes, aux furies, et autres sujets de cette espèce
Sol majeur	Doucement joyeux	Convient aux chants tendres et gais

D'après [www.musebaroque.fr](http://www.musebaroque.fr).

## Document c page 271

### Les « ismes » du modernisme

Les choix des compositeurs de la fin du XIX<sup>e</sup> et du XX<sup>e</sup> siècles varient selon ce qu'ils voulaient conserver ou changer des pratiques des classiques, se démarquant les uns des autres par ce qui leur plaisait le plus dans la tradition. Il en résulte une prolifération de tendances contrastées, communément appelées les « ismes » dont l'impressionnisme, l'expressionnisme, le néoclassicisme, le primitivisme et le sérialisme ainsi qu'au cours de la seconde moitié du XX<sup>e</sup> siècle le minimalisme, le postmodernisme, le polystylisme et le néoromantisme.

D'après J. Peter Burkholder, Donald Jay Grout, Claude V. Palisca, *A History of Western Music*, W. W. Norton & Company, 2014.

## Document b page 276

### Présentation de la quinte du loup

Si nous ne voulons pas une infinité de notes différentes, il faut boucler le cycle des quintes. En partant de la gamme de base obtenue par la suite des quintes Fa – Do – Sol – Ré – La – Mi – Si et en poursuivant dans les dièses, la première note à poser un problème est le Mi# qui est proche du Fa. On va donc assimiler ces deux notes, le Mi# qui devient identique à Fa.

C'est ainsi qu'on a réussi à limiter l'ensemble des notes. Dans l'ensemble des quintes cependant, une d'entre elles sera fautive et on évitera de la jouer ; c'est la quinte du loup. Présenté autrement, on peut remarquer que pour retomber sur une

note initiale par une succession de quintes, il faudrait qu'un certain nombre de quintes soit égal à un autre nombre d'octaves. 12 quintes valent 7 octaves à un comma pythagoricien près. Nous tricherons sur une des douze quintes pour que 12 quintes = 7 octaves.

D'après Jean-Luc Juveneton, « La quinte du loup », [www.archive.is](http://www.archive.is).

## Document page 277

### Le principe de « passage à la quinte »

Les fréquences correspondant aux notes d'une gamme de Pythagore, regroupées dans le document ci-contre, sont obtenues en suivant un cycle de quintes montantes :

- en multipliant la fréquence d'une note N1 de départ par  $\frac{3}{2}$  ;
- en multipliant la fréquence précédemment obtenue par  $\frac{3}{2}$  mais en divisant par 2 si nécessaire pour obtenir un intervalle avec la note de départ plus petit que l'octave ;
- et ainsi de suite...

D'après « Les mathématiques de la musique (avec Vled Tapas) »,

*Science étonnante* n° 41, 2017.

## **Document c page 278**

### **Transposition**

Le problème de la transposition peut se rencontrer dans la situation suivante : nous commençons à chanter une mélodie jusqu'à ce qu'on réalise qu'on ne va pas pouvoir aller au bout, car les notes à chanter vont devenir trop aiguës pour nous ; nous reprenons donc le chant à partir d'une note de départ plus grave, décalant d'autant les autres notes de manière instinctive avec une justesse plus ou moins heureuse. Mais sur un instrument fabriqué avec une échelle de notes fixées, ne peut-on pas décaler toutes les notes en espérant conserver l'impression de reconnaître la mélodie ?

D'après [www.easyzic.com](http://www.easyzic.com).

## **Document b page 279**

### **Le tempérament, un compromis de justesse**

On ne peut pas avoir en même temps, sur un clavier, toutes les octaves justes et toutes les quintes justes. Par exemple, si l'on monte de 12 quintes justes et parallèlement de 7 octaves justes, le Mi# qui doit normalement partager la même touche que le Fa sur le clavier, est alors trop haut d'un comma pythagoricien. Pour accorder un instrument à clavier, on doit donc tempérer certains intervalles, c'est-à-dire les raccourcir ou les agrandir.

D'après [www.papiermusique.fr](http://www.papiermusique.fr).

## **Document c page 279**

### **Le tempérament, un compromis de justesse**

La différence de ces minuscules commas produit sur l'oreille des effets indubitables : ils peuvent transformer n'importe quelle musique, aussi parfaite soit-elle, en une véritable cacophonie.

Pour éliminer autant que possible l'effet sensible des commas, il a fallu « tempérer ». Les tempéraments sont devenus nécessaires au fur et à mesure du développement de la musique parce qu'aucune gamme théorique n'est utilisable en pratique : elles incluent toutes au moins un intervalle désagréable, sonnante faux. Seul le tempérament, qui ne le rend pas pour autant juste, peut le rendre praticable. Un compromis devient nécessaire entre justesse de certains intervalles, fausseté pas trop marquée des autres, possibilité de transposition.

D'après [www.polyphonies.eu](http://www.polyphonies.eu).